

[dx.doi.org/10.17488/RMIB.38.2.5](https://doi.org/10.17488/RMIB.38.2.5)

## Método para medir densidad ósea a partir de conductividad eléctrica calculada por Tomografía de Impedancia Eléctrica

### Method for measuring bone density through the electrical conductivity calculated by Electrical Impedance Tomography

M.A. San-Pablo-Juárez<sup>1</sup>, E. Morales-Sánchez<sup>1</sup>, F. Ireta-Moreno<sup>2</sup>, R. Ávalos-Zúñiga<sup>1</sup>, J.J. González-Barbosa<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada unidad Querétaro, Querétaro, México.

<sup>2</sup>Universidad de Guanajuato. División de Ingenierías campus Irapuato-Salamanca, Guanajuato, México.

#### RESUMEN

En este trabajo se presenta un método para medir densidad ósea. El método consiste en la medición de conductividad eléctrica de material óseo por medio de Tomografía de Impedancia Eléctrica (TIE). Se hace uso de una celda de prueba con valores simulados de hueso aplicando corrientes y registrando voltajes, para después usar una reconstrucción por retroproyección y generar mapas de conductividad por medio de gráficas. Los datos obtenidos son analizados y a partir de ellos se obtiene una distribución de la medida de conductividad eléctrica del material óseo, que varía dependiendo del grado de porosidad que presenta en cada región. La ventaja de utilizar el método de tomografía de impedancia es que permite medir la conductividad efectiva del hueso porque se mide en todas las direcciones. Por lo tanto es posible determinar porosidad en material óseo usando mediciones de conductividad eléctrica por medio del método TIE propuesto, lo cual permite calcular un valor numérico de densidad ósea.

**PALABRAS CLAVE:** Densidad ósea, conductividad eléctrica, Tomografía de Impedancia Eléctrica, Retroproyección Equipotencial.

### ABSTRACT

In this paper a method to measure bone density was developed. The method consists in the measurement of electrical conductivity of bone by Electrical Impedance Tomography (EIT). A phantom with simulated data of bone is used, applying currents and recording voltages; then a backprojection reconstruction is used to generate maps with graphic conductivity values. The data obtained were analyzed and was obtained a distribution of electrical conductivity of bone, wich varies according to the bone porosity level in each region. A significant advantage of using this method is that is possible to measure electrical conductivity in several directions of the bone, obtaining an effective conductivity. Therefore it is possible to determine the porosity in the bone with measurements of electrical conductivity using the proposed EIT method, this allows to calculate a numerical value for bone density.

**KEYWORDS:** Bone density, electrical conductivity, Electrical Impedance Tomography, Sheffield Backprojection.

### Correspondencia

DESTINATARIO: Eduardo Morales Sánchez  
INSTITUCIÓN: Instituto Politécnico Nacional. Centro  
de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología  
Avanzada unidad Querétaro  
DIRECCIÓN: Cerro Blanco #141, Col. Colinas del  
Cimatario, C.P. 76090 Querétaro, Querétaro, México  
CORREO ELECTRÓNICO: emoraless@ipn.mx

### Fecha de recepción:

21 de octubre de 2016

### Fecha de aceptación:

3 de enero de 2017

## INTRODUCCIÓN

Existen métodos para medir densidad ósea por varias técnicas, tales como técnicas ópticas a través de una imagen obtenida por rayos X o directamente a través de los datos obtenidos con la transformada de Radon <sup>[1, 2]</sup>, pero esta es la primera vez que se reporta un método para poder determinar densidad a través de la conductividad eléctrica ósea. El método está basado en la medición de la conductividad eléctrica del hueso por medio de la Tomografía de Impedancia Eléctrica (TIE).

Los huesos son un tejido de estructura anisótropa, lo que hace difícil su caracterización <sup>[3]</sup>. Las medidas son siempre in-vitro con el tejido inmerso en algún tipo de solución. Este tipo de medidas se han realizado con técnicas a dos puntas y a cuatro puntas, sin embargo en este trabajo se propone usar TIE, donde la distribución de conductividad es reconstruida a partir de una medición alrededor de toda el área de la región, lo que hace que esta sea una medición adecuada para una estructura como es el hueso. Debido a que los valores de conductividad en cada punto de la región son obtenidos desde mediciones de todas las direcciones, se considera a esta como una medición de medio efectivo. Se define entonces la conductividad eléctrica ósea como la medida de conductividad eléctrica en hueso obtenida por la técnica de TIE, esto es, dada una medición de conductividad eléctrica en un área conocida, se debe tener una conductividad eléctrica que está directamente relacionada a un valor de un nivel de porosidad en hueso. Para este caso la conductividad eléctrica es obtenida a partir de las mediciones de potencial eléctrico por medio de TIE.

A pesar de que la densidad se refiere a la masa por unidad de volumen, las técnicas para la medición de densidad ósea miden el contenido mineral en el hueso como una densidad superficial expresada en gramos por centímetro cuadrado ( $g/cm^2$ ) <sup>[4, 5, 6]</sup>. En este trabajo se define

la densidad eléctrica ósea en función de la conductividad eléctrica ósea y por una unidad de área como:

$$DEO = \frac{\text{Conductividad eléctrica ósea}}{\text{Área del hueso}} \quad (1)$$

que permite calcular un valor numérico de densidad en función de la conductividad eléctrica y el área.

Las técnicas de medición de densidad ósea que utilizan rayos X toman áreas constantes rectangulares predefinidas en valores de  $mm^2$  para sus cálculos. Esto debido a que solo se requieren medir regiones de interés específicas y no de todo el hueso <sup>[7, 1]</sup>. Tales regiones de interés son las que deben ser sustituidas como valor numérico del área del hueso en la ecuación (1).

### Conductividad ósea

En general, se considera que un equipo es obsoleto cuando rebasa los 10 años de operación; se observó que el 58% de los equipos de Rayos X, 27% de los equipos de Ultrasonografía, no obstante al cumplir esta condicionante aun permanecen funcionales.

La resistividad del hueso ha sido reportada en trabajos como <sup>[8]</sup>, donde se utilizó un método diferencial de medición por medio de una señal eléctrica con una impedancia de referencia para calcular otra de muestra; en <sup>[9]</sup>, basado en las mediciones hechas por <sup>[10]</sup>, que utilizó mediciones in-vitro con pequeñas corrientes eléctricas y tomó en cuenta la presencia de sangre en la región esponjosa. El estudio del hueso esponjoso (hueso que se sitúa debajo del hueso cortical en huesos compactos) ha sido reportada en <sup>[11]</sup>, donde se utilizó un medidor RLC; y en <sup>[12]</sup>, donde se reportan mediciones respecto a diferentes partes de un solo hueso y con respecto a diferentes direcciones. Teniendo algunos valores de resistividad medida como se muestra en la Tabla 1.

TABLA 1. Valores de resistividad en hueso.

Autor, año	Resistividad reportada [ $\Omega m$ ]
Geddes, 1967	160 (Humano/Tórax) 18 (Humano) 45.5 (Bovino) 50 (Cerdo)
Barber, 1983	150 (Bovino)
Reddy, 1984	166 (Bovino)
de Mercato, 1988	50 (hueso esponjoso/Bovino)
Saha, 1989	5.5 (hueso esponjoso/Tibia longitudinal) 6.1 (hueso esponjoso/Tibia anterior-posterior) 6 (hueso esponjoso/Tibia lateral-medial)

La conductividad del hueso humano en comparación a la del hueso de bovino ha sido reportada mostrando una similitud en los valores de conductividad para el rango de frecuencias de 1 KHz a 1 MHz en <sup>[13]</sup>. La permitividad del hueso ha sido medida también con valores que van desde los 30-209 a frecuencias de 1 MHz y de 17-23 con frecuencias de 100 MHz <sup>[14]</sup>.

En el caso de medidas en humano en <sup>[15]</sup> se reportan las siguientes medidas respectivas a conductividad y permitividad en hueso de tórax (pecho) y otros tejidos y órganos a una frecuencia de 100 KHz.

Es de notar, que la conductividad de la sangre es mucho mayor a la conductividad en hueso, dato que es

de relevancia al considerar que en huesos porosos, éstos orificios están llenos de sangre en vez de tejido óseo <sup>[10]</sup>, esto hace pensar que al medir la conductividad de un hueso poroso, esta es de mayor valor.

De acuerdo a lo anterior los datos reportados para la conductividad en hueso varían dependiendo de la técnica que se mida, de la dirección en que se toma la medida, la parte del cuerpo que se realiza o incluso la edad del tejido, se observa que existe una gran dificultad para caracterizar tejido óseo. Es por ello que se propone la técnica de TIE que mide los valores de conductividad en varias direcciones, teniendo así una conductividad eléctrica efectiva de hueso, además la TIE permite medir *in-vivo* y de manera no invasiva.

TABLA 2. Valores de conductividad y permitividad en tejidos humanos.

Material	Conductividad [ $mS/cm$ ]	Permitividad [ $\mu F/m$ ]
Hueso	0.06	0.0027
Grasa	0.36	0.18
Pulmón	0.4 (Inspiración)	0.22
Músculo Cardíaco	1.0 (Expiración)	0.44
Hígado	2.3 (Transversal)	0.36
Sangre	6.3 (Longitudinal)	0.88

## Tomografía de Impedancia Eléctrica

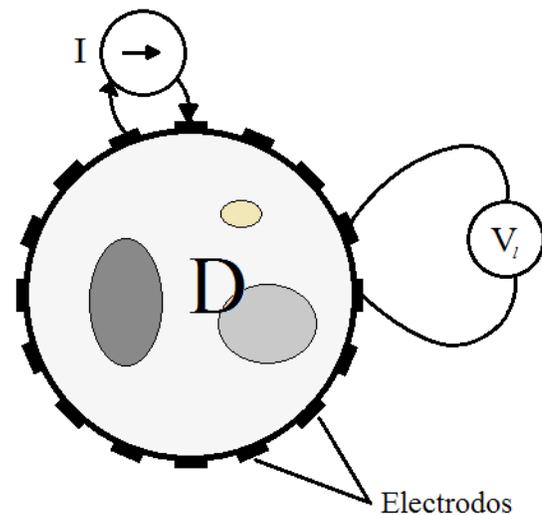
La Tomografía de Impedancia Eléctrica (TIE) es una técnica que produce imágenes de la distribución de la admitividad o conductividad eléctrica de objetos eléctricamente conductivos por medio de la inyección de cantidades conocidas de corriente y midiendo el campo eléctrico resultante en la superficie de un objeto [16]. En este trabajo esta técnica es usada para reconstruir una distribución de conductividad eléctrica enfocada a la medición de una densidad eléctrica ósea.

En la TIE típicamente un conjunto de medidas de voltajes es adquirido en la frontera de una región conductiva, aplicando una secuencia de patrones de corriente de baja frecuencia [17]. Las frecuencias que son inyectadas son del orden de algunos *KHz* y menores a 1 *MHz* [18]. Usualmente se utilizan señales sinusoidales como fuente de corriente. Comúnmente la región donde se inyecta la corriente eléctrica y se miden los potenciales es modelada como una forma circular en dos dimensiones. En la superficie de la región circular del objeto que se estudia son colocados un número finito de electrodos, la distribución de los electrodos de contacto se realiza de forma simétrica en la frontera de la región [19]. Generalmente son utilizados 16 o 32 electrodos, pero en la práctica pueden utilizarse muchos más [20]. En la Figura 1 se muestra un bosquejo de la distribución de electrodos en la superficie de una región circular en dos dimensiones. Se trata de un sistema con 16 electrodos donde en un par de ellos se inyecta corriente y en los demás se mide la diferencia de potencial. La región que se mide se denota como  $D$  y la frontera se denota como  $\partial D$ .

Para el caso de la Figura 1, la inyección de corriente  $I$  se realiza 16 veces. Después de realizar una primera inyección en un par de electrodos, se procede a inyectar la corriente en el siguiente par y se vuelve a medir la diferencia de potencial en los pares de electrodos restantes; este procedimiento se repite hasta completar una vuelta completa. Con los datos obtenidos en las

mediciones de potencial entre pares de electrodos, en este caso denotados como  $V_i$ , se reconstruye una distribución de conductividad eléctrica que representa la conductividad que hay dentro del objeto estudiado.

Si los electrodos seleccionados para aplicar la corriente son contiguos, a este tipo de inyección de corriente se le llama adyacente. En esta configuración se tendrán un total de 208 medidas de diferencia de potencial eléctrico, pues son tomadas 16 inyecciones de 13 medidas cada una, donde 104 mediciones son independientes [21]. Si los electrodos son tomados de manera opuesta para la inyección de corriente, a esta configuración se le llama inyección polar. En este tipo de inyección se toman un total de 104 mediciones de potencial, de las cuales solo la mitad son independientes [22].



**FIGURA 1. Configuración de la inyección de corriente y medición de potencial en TIE.**

La ecuación gobernante en TIE es

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad \in D \quad (2)$$

donde  $\Delta$  es el operador gradiente,  $\Delta \phi$  representa el campo eléctrico estático,  $\sigma$  es la conductividad del cuerpo de la región,  $\phi$  es el potencial eléctrico y  $D$

representa el cuerpo que es estudiado [23]. La Ecuación (2) es resuelta para  $\phi$  cada vez que se requiere resolver el llamado problema directo en TIE, donde teniendo el valor de conductividad  $\sigma$  en el dominio de  $D$ , al inyectar corriente eléctrica se puede conocer el potencial eléctrico  $\phi$  en  $\partial D$  y cualquier punto dentro de  $D$ . El método del elemento finito es uno de los métodos más utilizados en TIE para resolver el problema directo.

Para recuperar los valores de conductividad eléctrica la Ecuación (2) debe ser resuelta ahora para  $\sigma$ . Considerando las mediciones de potencial obtenidas al aplicar una corriente conocida en TIE, se hace uso de la solución al problema inverso. El problema inverso consiste en recuperar a partir de las mediciones de potencial  $\sigma$  en  $\partial D$  al inyectar una corriente eléctrica, la respectiva conductividad eléctrica dentro de  $D$ . Para resolver el problema inverso y reconstruir distribuciones de conductividad se utilizan diferentes métodos y técnicas que se explican a continuación.

Debido a que esta técnica permite medir a partir de proyecciones en todos los puntos, se utiliza para medir conductividad eléctrica de medio efectivo y al mismo tiempo porosidad.

### Reconstrucción de la imagen en TIE

Para poder reconstruir una distribución de conductividad eléctrica usando TIE existen técnicas estáticas y diferenciales. Una reconstrucción estática utiliza solo un conjunto de datos para llevar esta a cabo, mientras que la diferencial requiere dos conjuntos de datos y además calcula una diferencia en la conductividad [24]. Existen diferentes técnicas de reconstrucción como la retroproyección equipotencial de Sheffield [9], el

método de Newton-Raphson, Graz Consensus Reconstruction Algorithm (GREIT) [25, 26] y el método del gradiente conjugado [27] entre los principales.

En este proyecto se emplea la técnica de reconstrucción por retroproyección equipotencial, también llamada retroproyección de Sheffield [18], que es un tipo de reconstrucción diferencial.

En la retroproyección equipotencial, para un elemento dado, la sensibilidad máxima medida puede ser encontrada en la intersección de la frontera del objeto y la línea equipotencial que va desde el elemento del cual se requiere conocer su valor en conductividad. Aquí la aproximación se basa en la consideración de que la región  $D$  es circular y de conductividad  $\sigma$  constante (para cada elemento finito en el que se haya dividido la región completa). Si utilizamos esta técnica, primero se aplican los patrones de corriente, luego los valores de potencial proyectados en la frontera  $\partial D$  son sumados hasta obtener un valor para un pixel (elemento) que representa conductividad. Como las líneas equipotenciales son desconocidas, estas deben ser aproximadas. Se tiene un algoritmo de la forma [28]:

$$\frac{\delta\sigma}{\sigma} = B \frac{\delta V}{V} \quad (3)$$

en donde  $B$  es la matriz de retroproyección,  $\delta\sigma$  es el valor de la conductividad en un medio perturbado y  $\delta V$  es el valor del potencial para el medio también perturbado. Este es uno de los algoritmos de retroproyección equipotencial más utilizados en TIE, propuesto por [29]. En este trabajo se utilizan adicionalmente los valores de la matriz de retroproyección lineal de Sheffield [9].

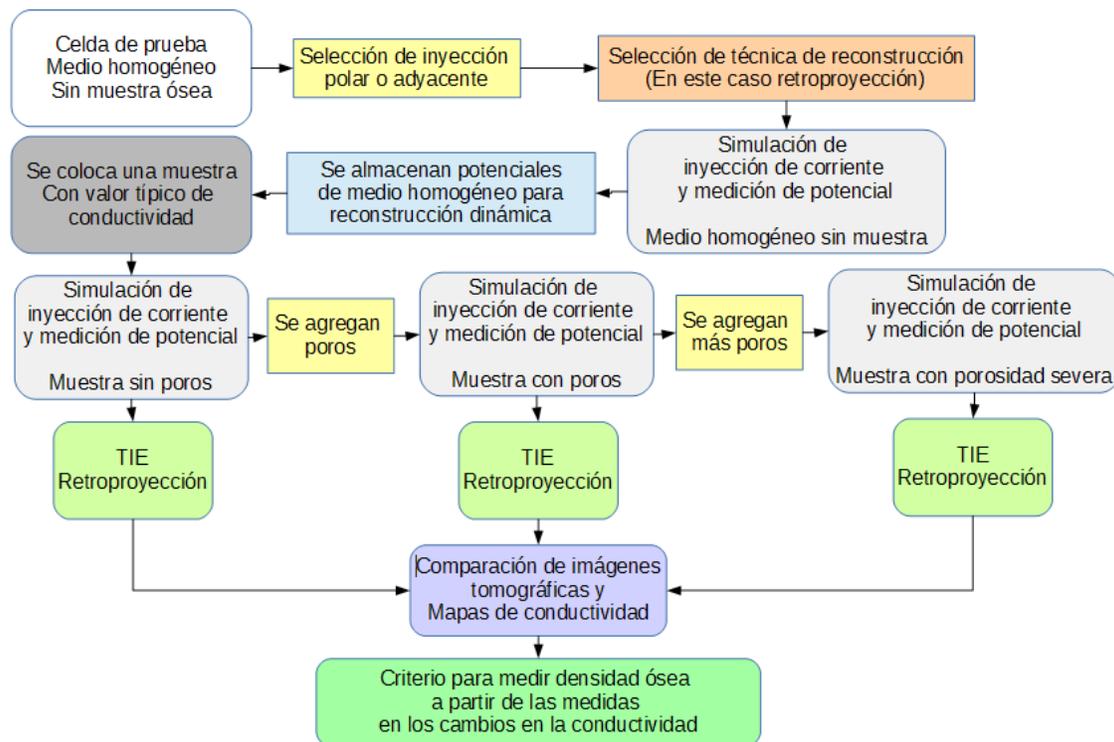
## METODOLOGÍA

Para la obtención de la densidad ósea a través de la conductividad eléctrica se propone es la siguiente:

- › Analizar cómo será el comportamiento del hueso en una celda de prueba al aplicarle corriente eléctrica. Dado que el hueso presenta cierta conductividad eléctrica, esta pretende ser asociada con una relación numérica de conductividad eléctrica obtenida con TIE, que posteriormente se relacionará con un valor de densidad ósea en función del área de medida. En esta etapa se realiza una simulación de la aplicación de corriente eléctrica. Algunos factores importantes para la simulación son la conductividad del hueso y su permitividad.
- › Una vez simulado el comportamiento de la corriente a través del medio, se debe elegir una configuración de aplicación de corriente eléctrica, polar o adyacente, y se deben realizar las mediciones de potencial eléctrico.
- › Se elije una técnica de reconstrucción de la distribución de conductividad y se recuperan sus valores numéricos, que para una mejor visualización pueden ser desplegados a manera de una imagen tomográfica. El valor calculado de conductividad es un valor efectivo, ya que la técnica la reconstruye a partir de medidas hechas en todas las direcciones. Debido a esta característica es posible decir que el valor de la conductividad es efectivo y es proporcional a la porosidad del hueso tomando el material como un medio efectivo.
- › Se toma un valor típico de conductividad en hueso para ser modelado y simulado en una región conocida y se agregan porosidades dentro de esta para obtener diferentes comportamientos y resultados que puedan servir para determinar la relación de medidas de densidad mineral ósea con respecto a la conductividad eléctrica.
- › Se determina una medida que representa la conductividad eléctrica ósea que se definió en este trabajo y que es una medida de conductividad eléctrica que funciona para materiales como el hueso. A partir de estas medidas se tiene una relación en los cambios de conductividad que es usada para determinar qué tan poroso es el hueso y al mismo tiempo obtener un criterio para medir la densidad.

Para realizar las mediciones de conductividad eléctrica tanto en hueso normal como en hueso con porosidad y así poder validar la medición de conductividad eléctrica a un material de alta impedancia, se realizó el siguiente experimento:

Se modeló una región conocida con valores de conductividad de hueso (real reportada en <sup>[15]</sup>) para aplicar TIE y se graficaron los resultados para hueso sin poros; después se introdujeron poros a la región que simula hueso y se midió el cambio en la conductividad; posteriormente se agregaron más poros y se volvió a medir el cambio en la conductividad. Finalmente se realizó la comparación de los diferentes comportamientos.



**FIGURA 2.** Diagrama a bloques de la metodología propuesta para medir densidad ósea a partir de mediciones de conductividad eléctrica.

## Modelado

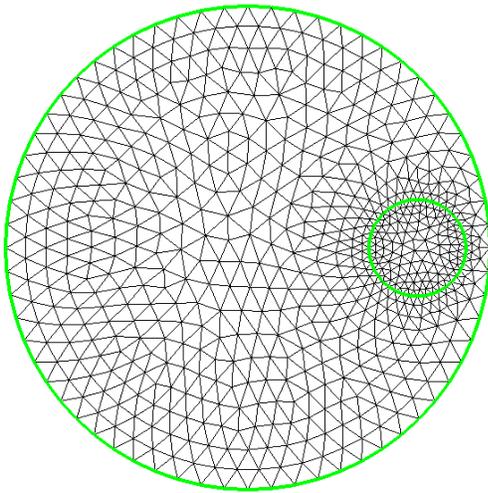
Para modelar el comportamiento de la corriente eléctrica fluyendo a través de hueso, se hace uso de una celda de prueba simulada en una computadora personal. Primero se modela el comportamiento como un problema directo utilizando software que grafica líneas equipotenciales y después se simula el problema inverso por medio de la solución con retroproyección equipotencial programada en lenguaje C.

Para la primera parte se crea una malla de elemento finito en el software Elmer Finite Element Solver con forma circular. En ella se introduce un objeto también circular que modela un objeto con las características de hueso. La

Figura 3 muestra la configuración circular usada para inyectar la señal de corriente, el arreglo de electrodos que se emplea es de 16 electrodos. Se busca medir la distribución de líneas equipotenciales generadas en las inyecciones polar y adyacente de cada par de electrodos.

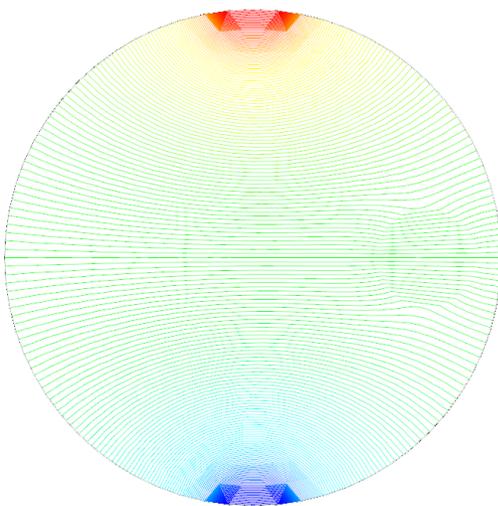
Los materiales utilizados son agua, con una permitividad relativa de 80.1 y hueso, con una permitividad relativa de 0.0027.

La corriente inyectada en la celda de prueba se hace por medio de la conexión de dos electrodos a una fuente simétrica de voltaje de  $\pm 1$  V.



**FIGURA 3. Región circular con un objeto de conductividad ósea dentro.**

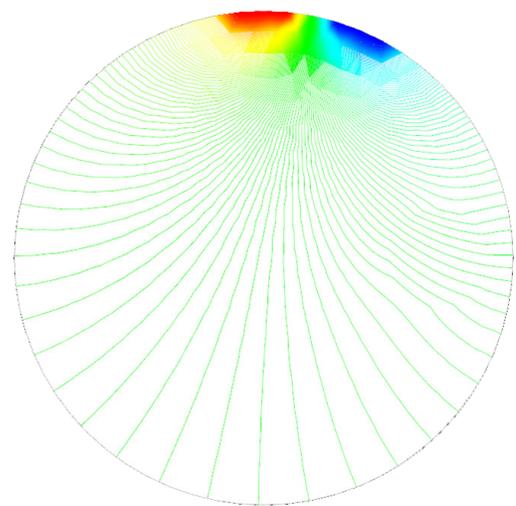
La Figura 4 muestra la inyección de corriente en forma polar, donde se aplica una corriente entre electrodos opuestos; en esta configuración, las líneas equipotenciales permiten ver claramente el objeto dentro de la solución, pero a cambio las líneas equipotenciales presentan una distribución muy cercana entre líneas, hecho que hace que los datos medidos de potencial entre pares de electrodos sean más pequeños.



**FIGURA 4. Líneas equipotenciales generadas al inyectar corriente en forma polar en una celda de prueba.**

La Figura 5 muestra la inyección adyacente de corriente al phantom; el procedimiento se hace inyectando señal de corriente a cada par de electrodos contiguos hasta completar una vuelta. La distribución de líneas equipotenciales muestra claramente que en el objeto las líneas se deforman. Ahora bien, las equipotenciales en la frontera tienen una distribución muy separada mientras más se alejan de los electrodos que inyectan la corriente, y es más abundante cuando se acercan a los electrodos donde se inyecta la corriente. Lo que significa que las medidas de diferencia de potencial eléctrico son más grandes entre pares de electrodos separados a una distancia considerable cuando se conectan 16 electrodos. Se puede observar que la densidad de corriente es mucho mayor entre los electrodos que está siendo inyectada la corriente, y decrece rápidamente en función de la distancia.

Para este trabajo se utilizó Para este trabajo se utilizó la inyección de corriente adyacente porque se hace uso de la matriz de retroproyección de <sup>[9]</sup>, que requiere de 208 medidas de potencial eléctrico, además pretende que las medidas de potencial eléctrico se realicen de manera física en trabajos siguientes.



**FIGURA 5. Líneas equipotenciales generadas al inyectar corriente en forma adyacente en una celda de prueba.**

La técnica de reconstrucción utilizada es la retroproyección lineal de Sheffield, también llamada retroproyección equipotencial. Se utiliza esta técnica porque matemáticamente y computacionalmente es la más sencilla de resolver, al linealizar la ecuación gobernante (2) para resolver el problema inverso; una de sus principales ventajas sobre los métodos de reconstrucción más usados es su rapidez de cómputo en hardware, ya que esta técnica solo usa multiplicaciones y resuelve un sistema lineal.

El método de retroproyección entre líneas equipotenciales <sup>[9]</sup> hace una aproximación lineal de la ecuación de Poisson para pequeñas variaciones en la resistividad respecto a una distribución conocida. El sistema se linealiza respecto a una pequeña perturbación  $\delta\sigma$  de la siguiente manera <sup>[30]</sup>:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = \sigma \nabla^2 \phi + \nabla \sigma \nabla \phi = 0 \quad (4)$$

con  $\sigma = \sigma(x, y)$  una distribución de conductividad dentro de la región  $D$ .

Una expresión alternativa para (4) es

$$\nabla^2 \phi_p = \nabla \ln(\sigma) \cdot \nabla \phi_u \quad (5)$$

donde  $\phi_p$  es el potencial conocido para una conductividad inicial,  $\phi_u$  es la perturbación de ese potencial y  $\sigma$  es la conductividad <sup>[3]</sup>.

Se programan entonces las operaciones relativas a la Ecuación (3) en lenguaje C, que representan la solución al sistema (5), así primero se calcula

$$V_e = \frac{V_{meas} - V_{ref}}{V_{ref}} \quad (6)$$

que hace la operación para obtener  $V_e = \frac{\delta V}{V}$ .

$V_{meas}$  es el vector de potenciales medidos en los pares de electrodos,  $V_{ref}$  es el vector del potencial de referencia en los pares de electrodos en un medio no perturbado. Así se llega a la ecuación <sup>[29]</sup>

$$\sigma_e = B_M \cdot V_e \quad (7)$$

donde  $\sigma_e = \frac{\delta\sigma}{\sigma}$ .

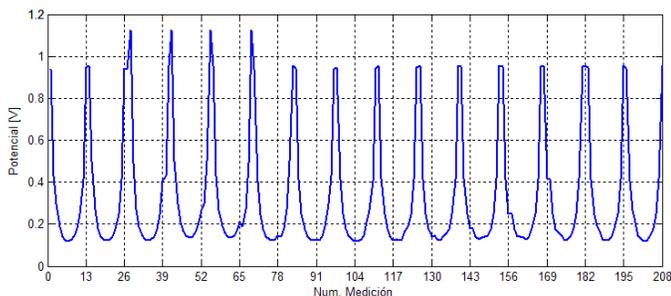
El sistema lineal que se programa en el compilador es entonces representado como sigue

$$[\sigma_e]_{912 \times 1} = [B_M]_{912 \times 208} [V_e]_{208 \times 1} \quad (8)$$

donde,  $\sigma_e$  representa un vector de conductividades que contiene los valores de cada elemento discreto en el cual es dividida la región que se mide,  $B_M$  es la matriz de retroproyección de <sup>[9]</sup> y  $V_e$  es el potencial medido entre pares de electrodos en todas las proyecciones para la técnica de inyección adyacente.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tomando el ejemplo de una región circular y un objeto dentro de esta como en la Figura 3 e inyectando la corriente de forma adyacente como en la Figura 5, se procede a obtener medidas de potencial para el material simulando hueso y con la TIE obtener datos de la conductividad eléctrica. Las medidas de potencial registradas se pueden observar en la Figura 6.



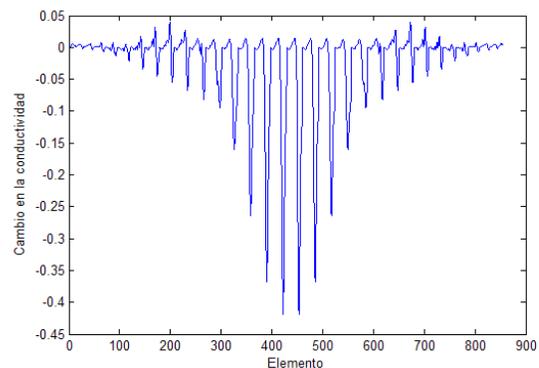
**FIGURA 6. Variación del voltaje en las medidas de potencial usando la inyección adyacente.**

La Figura 6 muestra las medidas de potencial entre los pares de electrodos en todas las inyecciones de corriente, se puede notar que las medidas de potencial tienen una variación en forma de "u" para cada una de las 13 medidas en las 16 inyecciones de corriente, esto debido a que se trata de una inyección de tipo adyacente, lo que quiere decir que las medidas de potencial tomadas en cada par de electrodos varían en función de cuánto se alejan del par de electrodos que inyectan la corriente; las variaciones no muestran simetría ya que al existir un objeto dentro de la región, las líneas equipotenciales se deforman y se presentan las variaciones en la amplitud de las medidas.

Para este caso se realiza una reconstrucción de tipo diferencial, donde los resultados después de calcular los valores de conductividad, muestran en realidad un cambio en los valores de conductividad de la región que se mide, es decir, si se presentan cambios positivos, se trata de regiones más conductivas, mientras que cambios negativos representan regiones poco con-

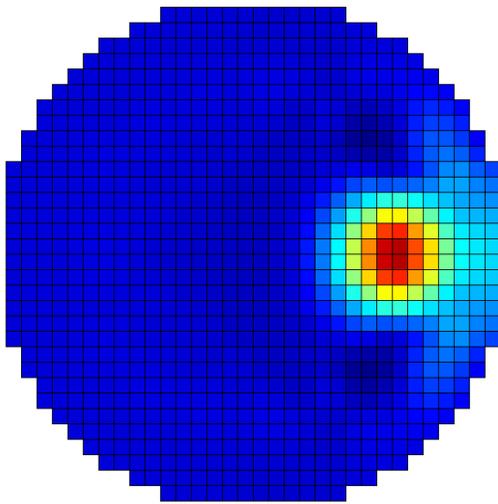
ductivas; regiones con valores de 0 en el cambio de conductividad, indican que la conductividad no sufrió cambios respecto a una referencia, siendo las asignaciones de valores de conductividad similares a las usadas en el software EIDORS [31].

Graficando los cambios de conductividad reconstruidos por medio de la retroproyección, se tienen valores positivos y negativos como se muestra en la Figura 7. En la Figura 7 se puede observar que las regiones muy poco conductivas presentan cambios negativos muy pronunciados, es decir, más negativos. Para la conductividad de hueso con valor de  $0.06 \text{ mS/cm} = 0.006 \text{ S/m}$  de la Tabla 2, la conductividad recuperada ofrece un cambio muy visible del orden de  $0.4 \text{ S/m}$  de magnitud. Esta gráfica es usada para realizar un análisis cuantitativo de la variación de conductividad dentro del phantom con hueso.



**FIGURA 7. Variación de la conductividad para cada elemento en la reconstrucción por retroproyección.**

Utilizando la técnica de reconstrucción de retroproyección de Sheffield, y utilizando un mapa de color *jetair* se obtiene la imagen de la Figura 8, donde se muestra una región muy poco conductiva en color rojo, corresponde al objeto de hueso que se colocó en el phantom simulado, se trata de los valores observados en los picos negativos de la Figura 7. Cabe señalar que la imagen tomográfica de la Figura 8 muestra un alto contraste para el valor de conductividad de hueso utilizado.

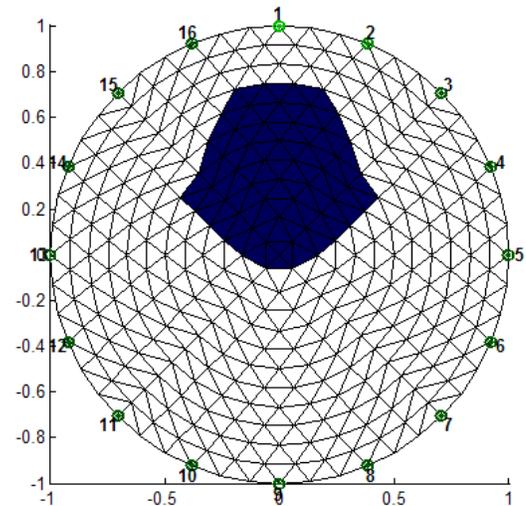


**FIGURA 8. Distribución de la conductividad ósea reconstruida con TIE.**

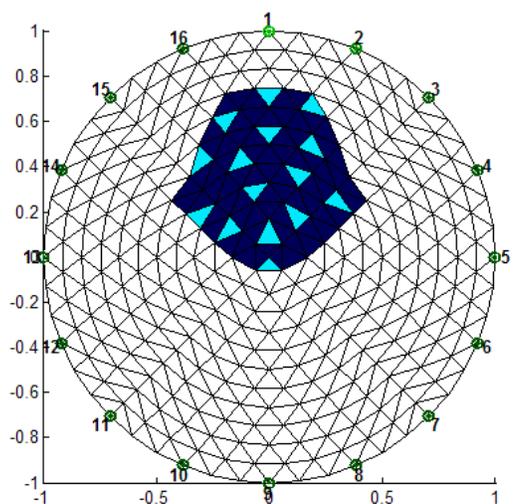
Para la simulación de aplicación de TIE en una celda de prueba con hueso dentro, se utilizó una malla de elemento finito de 576 elementos generada en EIDORS. La región modelada como hueso en la malla de elementos finitos se muestra en la Figura 9, donde se aprecia una región que simula un valor de conductividad correspondiente a hueso humano con valor  $\sigma = 0.006 \text{ S/m}$ . La parte que no es hueso se simula como una solución salina de valor  $1 \text{ S/m}$  (Valor parecido a la conductividad en pulmones).

La Figura 10 muestra la región de hueso de la Figura 9 con algunos poros de conductividad con valor  $\sigma = 6 \text{ S/m}$  (Conductividad de sangre), de manera que simule hueso esponjoso con huecos llenos de sangre que provendrían de los vasos sanguíneos, esto tomando en consideración que al haber pérdida de densidad ósea aún siendo mínima, los pequeños huecos de poros llenarían en gran medida la región completa del hueso haciendo que se presente mayor conductividad. La Figura 11 muestra la reconstrucción por retroproyección de la TIE para la simulación con hueso de la Figura 10. Aunque la simulación se realizó en EIDORS, la imagen reconstruida fue hecha usando el programa de reconstrucción por retroproyección en lenguaje C

programado para realizar TIE. Debido a que se requiere del valor del vector solución de la conductividad eléctrica, se prefirió utilizar este programa que proporcionará de manera más directa estos datos para poder graficarlos. La Figura 12 muestra la región de hueso de la Figura 9 con una mayor cantidad de poros con respecto a la Figura 10.



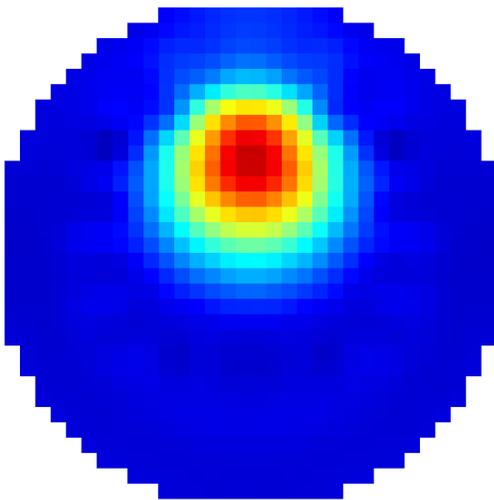
**FIGURA 9. Experimento simulando una región de hueso en una celda de prueba.**



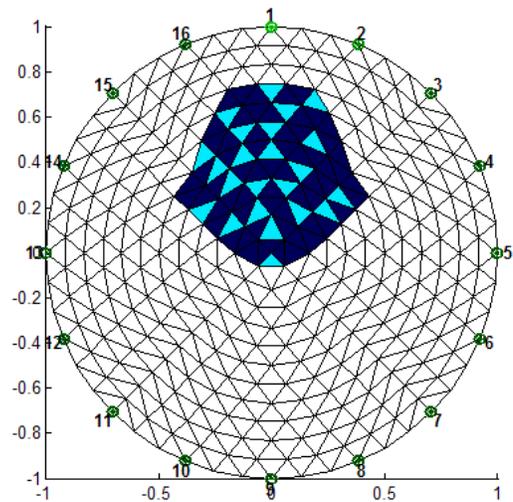
**FIGURA 10. Experimento simulando una región de hueso en una celda de prueba con porosidades dentro del hueso.**

La Figura 13 muestra la distribución de conductividad eléctrica recuperada para el caso de un hueso muy poroso de acuerdo a la configuración de la Figura 12. Se puede observar que la variación en la tonalidad de color respecto a la imagen reconstruida de hueso poroso de la Figura 11 es muy notable; tal cambio de color representa el cambio en el valor de conductividad para los diferentes tipos de hueso. Utilizando este método cualitativo, se puede observar a primera instancia que la imagen muestra un cambio en la conductividad si se compara el cambio de color que existe: a mayor porosidad la distribución es más conductiva.

La Figura 14 muestra la relación de cambio en la conductividad medida para cada elemento de conductividad reconstruido, para los casos de hueso sin poros, hueso poroso y hueso poroso severo. Se puede observar que para un caso de hueso no poroso, la variación es mucho mayor y con magnitudes de valores más negativos (materiales menos conductivos presentan cambios más negativos), mientras que para un hueso que presenta porosidad, la variación disminuye y el cambio en la conductividad se vuelve menos negativo, lo que quiere decir que la presencia de poros hace que el hueso tenga menos densidad y presente más huecos llenos de fluido conductivo (como sangre).



**FIGURA 11. Reconstrucción tomográfica usando TIE para el caso de porosidad en hueso.**

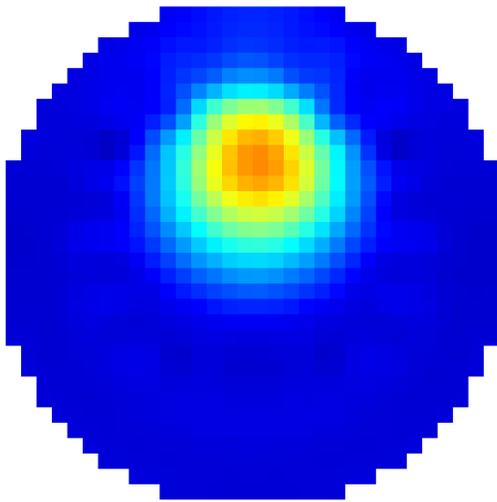


**FIGURA 12. Experimento simulando una región de hueso con porosidad severa en una celda de prueba.**

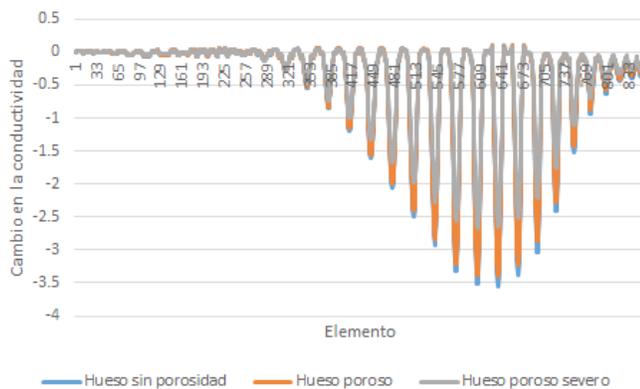
En un hueso poroso se observaron variaciones de hasta -2.66 en su cambio de conductividad, mientras que en hueso sin poros se tuvieron valores de hasta -3.55 en el cambio. La razón por la cual el valor es menor en el cambio es debido a que la conductividad aumenta de acuerdo al valor de los poros que ahora contienen sangre, recordemos que la referencia es la solución salina. Algo que se observó en las simulaciones hechas, es que la magnitud del valor en la conductividad también varía respecto al área que se está considerando; si se simula un área pequeña de hueso, la magnitud en los valores de cambio es menor que si se simula un área mayor, donde los cambios en la magnitud son mayores; esto quiere decir que se debe tener en consideración el área del hueso que se está midiendo, ya que además de mostrar picos más negativos en la gráfica de cambio de conductividad, la porosidad se podrá medir también en función de un área observando la magnitud de esta.

Cabe mencionar que si se hubiera utilizado una técnica estática de reconstrucción para la TIE, no se hablaría de cambios en la conductividad, sino de la conductividad reconstruida directamente en unidades de  $S/m$ . En tal caso la relación de cambio sería siempre positiva y necesitarían escalarse los resultados. De igual forma, para

una reconstrucción estática, los valores en conductividad permitirían la aplicación directa de la ecuación (1), que calcula el valor de densidad eléctrica ósea para cada elemento en la que está dividida la región (para pequeñas áreas de  $8,836 \times 10^{-5} m^2$  en esta simulación).



**FIGURA 13. Reconstrucción tomográfica usando TIE para el caso de porosidad severa.**



**FIGURA 14. Relación de cambio de conductividad para los casos de hueso normal, hueso poroso y hueso poroso severo para cada elemento.**

Para este caso se optó por una técnica dinámica de reconstrucción porque de esta manera se hace más fácil notar el cambio en la conductividad en hueso dada su alta impedancia y de esta manera acotar la medición

para la parte negativa referente a los materiales no conductivos y la positiva para los conductivos, siendo prioridad de análisis los no conductivos porque el material óseo es de este tipo. En cualquier caso el comportamiento de la densidad eléctrica ósea es similar y para relacionarlo solo es necesario aplicar un factor de escala que se puede obtener a partir de ecuaciones paramétricas. El análisis se hará en un futuro para validar experimentalmente el método propuesto.

## CONCLUSIONES

Las mediciones de conductividad eléctrica por medio de TIE dan una lectura que es resultado de medir potencial a partir de inyecciones de corriente en varias direcciones, por tanto el resultado no varía dependiendo de la dirección en que se mida (al menos para un plano de medición) y es posible entonces obtener un valor de conductividad efectiva para un material anisotrópico como el hueso.

El uso de la retroproyección equipotencial hace más fácil encontrar una distribución de conductividad en hueso respecto a las técnicas no lineales como el método de Newton-Raphson, GREIT o las técnicas que se basan en calcular el jacobiano, debido a que la retroproyección es rápida y simple en el cálculo de la conductividad eléctrica.

Un resultado importante en la simulación realidad en este trabajo, es que la medición de la conductividad eléctrica está relacionada con la porosidad del hueso. Por ello se define una densidad eléctrica ósea DEO como el cociente de la conductividad eléctrica entre el área del hueso. Esta DEO es una medida de la porosidad o calidad del hueso.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su gratitud al Instituto Politécnico Nacional por el apoyo dado en los proyectos SIP 20151350, SIP 20161290 y SIP 20171461. Gracias a CONACYT por la beca (CVU/Becario) 350051/237150.

## REFERENCIAS

- [1] A. Vijay, N. Shankar, C. Liges, and M. Anburajan, "Evaluation of osteoporosis using ct image of proximal femur compared with dual energy x-ray absorptiometry (dxa) as the standard," *Electronics Computer Technology (ICECT)*, 2011 3rd International Conference on, 2011. DOI: [10.1109/ICECTECH.2011.5941767](https://doi.org/10.1109/ICECTECH.2011.5941767)
- [2] R. Cierniak, *X-Ray Computed Tomography in Biomedical Engineering*. Springer, 2011. DOI: [10.1007/978-0-85729-027-4](https://doi.org/10.1007/978-0-85729-027-4)
- [3] F. J. Rosell, "Tomografía de impedancia eléctrica para aplicaciones médicas," Ph.D. dissertation, Universidad Politécnica de Cataluña, 1989.
- [4] L. L. Seeger, "Bone density determination," *Spine*, vol. 22, no. 24, pp. 49S-57S, 1997. DOI: [10.1097/00007632-199712151-00009](https://doi.org/10.1097/00007632-199712151-00009)
- [5] K. Ott, "Osteoporosis and bone densitometry," *Radiologic Technology*, vol. 70, no. 2, p. 129, 1998.
- [6] Z. Kareen, M, "Reliability and validity of body composition and bone mineral density measurements by dxa," Master's thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2002.
- [7] H. Sievänen, P. Oja, and I. Vuori, "Precision of dual-energy x-ray absorptiometry in determining bone mineral density and content of various skeletal sites," *J. Nucl. Meth.*, vol. 33, no. 6, pp. 1137-42, 1992.
- [8] G. Reddy and S. Saha, "Electrical and dielectric properties of wet bone as a function of frequency," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. BME-31, no. 3, pp. 296-302, 1984. DOI: [10.1109/TBME.1984.325268](https://doi.org/10.1109/TBME.1984.325268)
- [9] D. Barber and B. Brown, "Applied potential tomography," *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1984. DOI: [10.1088/0022-3735/17/9/002](https://doi.org/10.1088/0022-3735/17/9/002)
- [10] L. Geddes, "The specific resistance of biological material-a compendium of data for biomedical engineer and physiologist," *Med. and Biol. Engng.*, vol. 5, pp. 271-293, 1967. DOI: [10.1007/BF02474537](https://doi.org/10.1007/BF02474537)
- [11] S. Saha and P. Williams, "Electric and dielectric properties of wet human cancellous bone as a function of frequency," *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 17, pp. 143-158, 1989. DOI: [10.1007/BF02368024](https://doi.org/10.1007/BF02368024)
- [12] G. de Mercato and F. García Sánchez, "Dielectric properties of fluid-saturated bone: A comparison between diaphysis and epiphysis," *Med. and Biol. Eng. and Comput.*, vol. 26, no. 3, pp. 313-316, 1988. DOI: [10.1007/BF02447087](https://doi.org/10.1007/BF02447087)
- [13] C. Gabriel, S. Gabriel, and E. Corthout, "The dielectric properties of biological tissues: I. literature survey," *Psyl. Med. Biol.*, vol. 41, no. 11, pp. 2231-2249, 1996. DOI: [10.1088/0031-9155/41/11/001](https://doi.org/10.1088/0031-9155/41/11/001)
- [14] M. J. Schroeder, A. Sadasiva, and R. Nelson, "An analysis on the role of water content and state on effective permittivity using mixing formulas," *Journal of Biomechanics, Biomedical and Biophysical Engineering*, vol. 2, 2008.
- [15] J. Mueller and S. Siltanen, *Linear and Nonlinear Inverse Problems with Practical Applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2012. DOI: [10.1137/1.9781611972344](https://doi.org/10.1137/1.9781611972344)
- [16] M. Molinari, "High fidelity imaging in electrical impedance tomography," Ph.D. dissertation, University of Southampton, 2003.
- [17] N. Polydorides, "Image reconstruction algorithms for soft-field tomography," Ph.D. dissertation, University of Manchester Institute of Science and Technology, 2002.
- [18] D. Holder, *Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications*. Institute of Physics Publishing, 2005.
- [19] S. Krueger-Ziolek, B. Schullcke, J. Kretschmer, U. Müller-Lisse, K. Möller, and Z. Zhao, "Positioning of electrode plane systematically influences eit imaging," *Physiological Measurement*, vol. 36, no. 6, 2015. DOI: [10.1088/0967-3334/36/6/1109](https://doi.org/10.1088/0967-3334/36/6/1109)
- [20] V. Cherepenin, Y. Gulyaev, A. Korjnevsky, S. Sapetsky, and T. Tuykin, "An electrical impedance tomography system for gynecological application git with a tiny electrode array," *Physiol. Meas.*, 2012. DOI: [10.1088/0967-3334/33/5/849](https://doi.org/10.1088/0967-3334/33/5/849)
- [21] W. Breckon, "Image reconstruction in electrical impedance tomography," Ph.D. dissertation, Manchester Institute for Mathematical Sciences, 1990.
- [22] B. Graham, "Enhancements in electrical impedance tomography (eit) image reconstruction for 3d lung imaging," Ph.D. dissertation, University of Ottawa, 2007.
- [23] X. Zhang, G. Xu, S. Zhang, Y. Li, Y. Guo, Y. Li, Y. Wang, and W. Yan, "A numerical computation forward problem model of electrical impedance tomography based on generalized finite element method," *IEEE Trans. on Magnetics.*, 2014. DOI: [10.1109/TMAG.2013.2285161](https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2285161)
- [24] A. Adler, "Measurement of pulmonary function with electrical impedance tomography," Ph.D. dissertation, UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL, 1995.
- [25] A. Adler, J. Arnold, R. Bayford, A. Borsic, B. Brown, P. Dixon, T. Faes, I. Frerichs, H. Gagnon, Y. Gärber, B. Grychtol, G. Hahn, W. Lionheart, A. Malik, R. Patterson, J. Stocks, A. Tizzard, N. Weiler, and G. Wolf, "Greit: a unified approach to 2d linear eit reconstruction of lung images," *Physiol. Meas.*, vol. 30, 2009. DOI: [10.1088/0967-3334/30/6/S03](https://doi.org/10.1088/0967-3334/30/6/S03)
- [26] B. Grychtol, B. Müller, and A. Adler, "3d eit image reconstruction with greit," *Physiol. Meas.*, vol. 37, no. 6, pp. 785-800, 2016. DOI: [10.1088/0967-3334/37/6/785](https://doi.org/10.1088/0967-3334/37/6/785)
- [27] W. Lionheart, "Eit reconstruction algorithms: pitfalls, challenges and recent developments," *Physiol. Meas.*, vol. 25, pp. 125-142, 2004. DOI: [10.1088/0967-3334/25/1/021](https://doi.org/10.1088/0967-3334/25/1/021)
- [28] M. Vauhkonen, "Electrical impedance tomography and prior information," Ph.D. dissertation, Kuopio University, 1997.
- [29] F. Santosa and M. Vogelius, "A backprojection algorithm for electrical impedance imaging," *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 50, pp. 216-243, 1990. DOI: [10.1137/0150014](https://doi.org/10.1137/0150014)
- [30] Q. Chen, Z, "Reconstruction algorithms for electrical impedance tomography," Ph.D. dissertation, University of Wollongong, 1990.
- [31] A. Adler and W. R. Lionheart, "Uses and abuses of eiders: an extensible software base for eit," *Physiological measurement*, vol. 27, no. 5, 2006. DOI: [10.1088/0967-3334/27/5/S03](https://doi.org/10.1088/0967-3334/27/5/S03)